

Wyznaczanie modułu Younga metodą zginania pręta

Celem ćwiczenia jest poznanie własności sprężystych ciał poddanych działaniu sił zewnętrznych oraz doświadczalny pomiar wartości modułu Younga.

Działanie siły zewnętrznej na ciało prowadzi do jego odkształcenia, czyli zmiany jego rozmiarów i objętości. Zwykle takiej deformacji towarzyszy zmiana kształtu ciała. Niekiedy, przy równomiernym ściskaniu lub rozciąganiu we wszystkich kierunkach, kształt ciała się nie zmienia.

Zgodnie z *III zasadą dynamiki Newtona*, wewnątrz deformowanego ciała powstaje siła reakcji, zwana *siłą sprężystości*, równa, co do wartości, sile deformującej.

W zależności od przyłożonej siły ciało może ulegać odkształceniom trwałym lub nietrwałym. Jeżeli po usunięciu siły odkształcającej ciało powraca do rozmiarów początkowych – mówimy o *odkształceniu sprężystym*. *Prawo Hooke'a* mówi, że:

siła sprężystości F , pojawiająca się przy niewielkich odkształceniach dowolnego typu, jest proporcjonalna do wielkości odkształcenia.

Wielkość fizyczna określająca stosunek siły sprężystości do wielkości powierzchni S przekroju poprzecznego ciała nazywamy *naprężeniem*.

Jeżeli siła ta jest skierowana prostopadle do powierzchni mówimy o *naprężeniu normalnym* ($\sigma_n = F_n/S$), a gdy jest skierowana stycznie do tej powierzchni, mówimy o *naprężeniu stycznym* ($\sigma_s = F_s/S$).

Najprostszym odkształceniem jest rozciągnięcie lub ściśnięcie podłużne ciała, tzn. jego wydłużenie lub skrócenie pod wpływem naprężenia normalnego. Miarą deformacji jest wówczas *odkształcenie względne*: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, gdzie Δl jest zmianą

długości np. rozciąganego pręta o długości początkowej l_0 . Związek między odkształceniem i naprężeniem jest liniowy, zgodnie z *prawem Hooke'a*:

$$\sigma_n = E \cdot \varepsilon = E \frac{\Delta l}{l_0}, \text{ gdzie współczynnik } E \text{ nazywany jest modułem Younga. Jego}$$

wartość zależy od materiału i liczbowo jest równy wielkości naprężenia, pod wpływem którego, względne wydłużenie pręta wynosi 1, tzn.: $\Delta l/l_0 = 1$, czyli następuje podwojenie jego długości początkowej.

Naprężenie normalne działające równomiernie we wszystkich kierunkach powoduje *odkształcenie objętościowe* ciała.

Gdy na ciało działa naprężenie styczne następuje *odkształcenie postaciowe* tego ciała, tzn. jego ścinanie lub skręcenie np. o kąt α . Wówczas $\sigma_s = G \cdot \alpha$, gdzie G jest *modułem sztywności* materiału.

Niektóre odkształcenia można traktować jako złożenie kilku typów deformacji. Tak jest w przypadku *zginania pręta*, które badamy w niniejszym ćwiczeniu.

Długi pręt o małym przekroju poprzecznym, podparty na dwóch końcach, ugina się pod wpływem siły F , przyłożonej na środku jego długości. Deformacja, jakiej ulega pręt, polega na rozciąganiu jego dolnej warstwy i skracaniu górnych warstw. Najmniejszym odkształceniom ulegają środkowe warstwy pręta*.

**Fakt ten jest wykorzystywany w technice: elementy konstrukcyjne narażone na zginanie są zwykle puste wewnątrz, przez co posiadają podobną sztywność jak elementy pełne (jako że, wewnętrzne warstwy nie biorą udziału w odkształceniu) przy zdecydowanie mniejszym ciężarze własnym. Podobnie w przyrodzie: łodygi wysokich roślin trawiastych czy kości ptaków są puste wewnątrz.*

Miarą odkształcenia pręta jest tzw. *strzałka ugięcia* z , której wielkość zależy od przyłożonej siły F , rozmiarów pręta (jego długości l , wysokości h i szerokości d) oraz od rodzaju materiału (poprzez moduł Younga E):

$$z = \frac{F \cdot l^3}{4E \cdot h^3 \cdot d} \quad (1)$$

Z powyższego wzoru wylicza się moduł Younga materiału, z jakiego zrobiony jest badany pręt:

$$E = \frac{F \cdot l^3}{4h^3 \cdot d \cdot z} \quad (2)$$

Wykonanie ćwiczenia

Przyrządy: wspomniki, zaczep z szalką, zestaw odważników, zestaw belek wykonanych z badanych materiałów, czujnik zainstalowany na prowadnicy, suwmiarka i miara metrowa.

1. Za pomocą suwmiarki określamy wymiary przekroju poprzecznego belki, tzn. jej wysokość (h) oraz szerokość (d).
2. Mierzmy odległość między punktami podparcia belki (l), czyli odległość między wewnętrznymi krawędziami wspomników.
3. Umieszczamy pręt na wspomnikach i na środku jego długości zawieszamy zaczep wraz z szalką, a następnie opuszczamy czujnik ugięcia aż do jego zetknięcia się z zaczepem. W tej pozycji blokujemy czujnik i następnie jego tarczę przekręcamy tak, by pozycja 0 na jej skali pokryła się z położeniem wskazówki.
4. Obciążamy belkę nakładając ostrożnie na szalkę odważnik o masie $m=0.1\text{kg}$ (100g), co daje wartość siły zginającej $F=mg=0.981\text{N}$. Odczytujemy strzałkę ugięcia (z) obserwując zmianę położenia wskazówki czujnika z dokładnością do 0.01mm. Wartość siły zginającej (w niutonach) i odpowiadającą jej wartość strzałki ugięcia (w metrach) zapisujemy w odpowiednich kolumnach tabeli.
5. Kolejno dokładamy odważniki stugramowe odczytując wartości strzałek ugięcia. Procedurę obciążania kontynuujemy do wartości siły odpowiadającej masie odważników 0.5 kg.
6. Demontujemy układ przesuując w pierwszej kolejności czujnik do góry.

Tabela

L.p.	Masa odważnika $m[\text{kg}]$	Siła zginająca $F[\text{N}]$	Wartość strzałki ugięcia $z[10^{-3}\text{ m}]$	Moduł Younga $E[\text{N}/\text{m}^2]$
Wartość średnia $\bar{E} =$				
Błąd wartości średniej $\Delta\bar{E} =$				
Zestawienie $(\bar{E} \pm \Delta\bar{E}) =$				

Odległość między punktami podparcia: $l = \dots\dots\dots [\text{m}]$ $\Delta l = \dots\dots\dots [\text{m}]$

Wysokość belki: $h = \dots\dots\dots [\text{m}]$ $\Delta h = \dots\dots\dots [\text{m}]$

Szerokość belki: $d = \dots\dots\dots [\text{m}]$ $\Delta d = \dots\dots\dots [\text{m}]$

Opracowanie wyników

1. Dla każdego obciążenia belki F i odpowiadającej mu wartości strzałki ugięcia z obliczamy moduł Younga ze wzoru: $E = \frac{l^3}{4h^3d} \frac{F}{z}$. Otrzymane wartości wpisujemy do tabeli.

2. Obliczamy średnią wartość modułu Younga \bar{E} .

3. Przeprowadzamy rachunek błędów pomiarowych. Jako błąd maksymalny przyjmujemy

trzykrotną wartość odchylenia standardowego: $\Delta\bar{E} = 3 \cdot SD = 3 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{E} - E_i)^2}{n(n-1)}}$

4. Na końcu protokołu zestawiamy wyniki w postaci: $(\bar{E} \pm \Delta\bar{E})$, jedn. SI.